

PS Algorithmen und Datenstrukturen 2026

Aufgabenblatt 8

Aufgabe 22

Gegeben sei $G = (V, E)$, ein ungerichteter und ungewichteter Graph. Die Exzentrizität eines Knotens u ist definiert als $Ecc(u) = \max_{v \in V} dist(u, v)$. Weiters ist der Radius eines Graphen definiert als minimale Exzentrizität, also $R(G) = \min_{u \in V} Ecc(u)$.

Formulieren Sie einen Algorithmus, der $R(G)$ berechnet. Was ist die Laufzeit Ihres Algorithmus?

Aufgabe 23

Schreiben Sie die Tiefensuche so um, dass ein Stack anstatt der Rekursion genutzt wird.

Achten Sie darauf, dass Ihr Ansatz die Einträge $u.d$ und $u.f$ jedes Knoten u auf dieselben Werte setzt wie die in der VO vorgestellte Tiefensuche.

Aufgabe 24

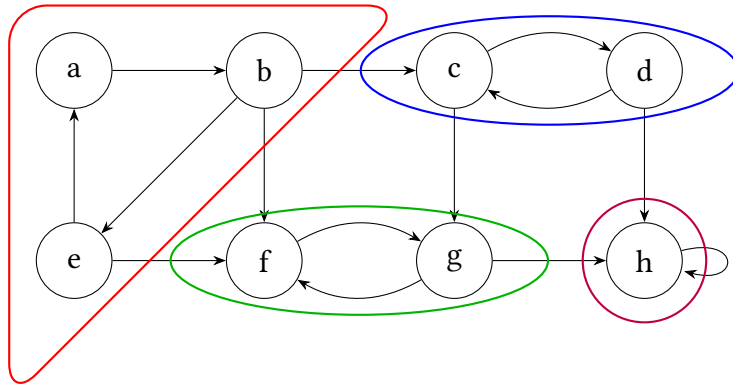
Gegeben sei ein gerichteter Graph $G = (V, E)$.

Eine starke Zusammenhangskomponente C eines Graphen G ist eine maximale Menge von Knoten $C \subseteq V$, sodass für jedes Paar an Knoten $u, v \in C$ gilt, dass u und v voneinander gegenseitig erreichbar sind. Es gibt also sowohl einen Pfad von u nach v als auch einen Pfad von v nach u . Abbildung 1a zeigt ein Beispiel eines Graphen mit vier Zusammenhangskomponenten.

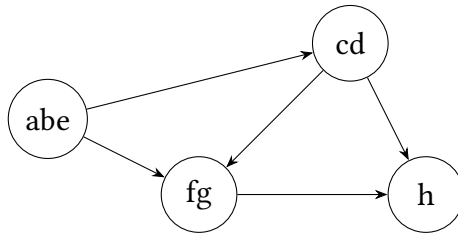
Seien C_1, C_2, \dots, C_k die starken Zusammenhangskomponenten von G . Wir konstruieren daraus den Komponentengraphen $G^{SCC} = (V^{SCC}, E^{SCC})$. $V^{SCC} = \{v_1, \dots, v_k\}$ enthält einen Knoten für jede Zusammenhangskomponente. Es gibt eine Kante $(v_i, v_j) \in E^{SCC}$, gdw. es eine gerichtete Kante $(x, y) \in E$ für ein $x \in C_i$ und $y \in C_j$ gibt. Abbildung 1b zeigt ein Beispiel eines Komponentengraphen. Die Knoten jeder Zusammenhangskomponente wurden gewissermaßen verschmolzen. So wurden a, b und e zu einem neuen Knoten abe .

Wir definieren den transponierten Graph $G^T = (V, E^T)$ mit $E^T = \{(u, v) \mid (v, u) \in E\}$. G^T hat also die umgekehrten Kanten von G . Abbildung 1c zeigt den transponierten Graphen unseres Beispiels.

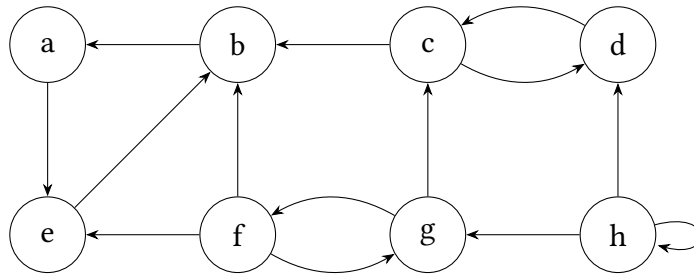
Zeigen Sie allgemein und nicht nur für das Beispiel, dass $((G^T)^{SCC})^T = G^{SCC}$, d.h. der transponierte Graph des Komponentengraphen von G^T ist der Komponentengraph von G .



(a) Ein gerichteter Graph G mit vier starken Zusammenhangskomponenten.



(b) Der Komponentengraph G^{SCC} von G .



(c) Der transponierte Graph G^T .

Abbildung 1