

# PS Algorithmen und Datenstrukturen 2026

## Aufgabenblatt 10

### Aufgabe 28

Entwickeln Sie einen Algorithmus mit Laufzeit  $O(|V|^{2,81})$ , der feststellt, ob ein gegebener ungerichteter, ungewichteter Graph  $G = (V, E)$  ein Viereck (4-Zykel) enthält. Beachten Sie, dass sich in einem Zykel kein Knoten (bis auf den Start- bzw. Endknoten) wiederholt.

### Aufgabe 29

Ein Independent Set  $S$  eines ungerichteten Graphen ist eine Teilmenge der Knoten, sodass für jedes Paar  $u, v \in S$  gilt, dass  $u$  und  $v$  nicht verbunden sind, also keine Kante  $\{u, v\}$  existiert. Ein maximales Independent Set ist ein Independent Set, zu dem kein Knoten mehr hinzugefügt werden kann, ohne die oben genannte Eigenschaft zu verletzen.

Entwickeln Sie einen Algorithmus mit Laufzeit  $O(|V| + |E|)$ , der ein maximales Independent Set eines ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$  berechnet.

### Aufgabe 30

Der Algorithmus von Floyd und Warshall berechnet die kürzesten Distanzen zwischen allen Paaren von Knoten (APSP) und hat eine Laufzeitkomplexität von  $O(|V|^3)$ . Angenommen, wir haben bereits mittels Floyd-Warshall alle kürzesten Pfade berechnet und in der Matrix  $D^{(n)}$  gespeichert. Nun führen wir ein Update auf dem Graphen aus und fügen entweder eine neue Kante oder einen neuen Knoten in den Graphen ein. Dadurch können sich im Allgemeinen die kürzesten Pfade verändern. Geben Sie für

1. Einfügungen einer Kante zwischen schon vorhandenen Knoten und
2. Einfügungen eines Knotens mit inzidenten Kanten

je einen Algorithmus zur Aktualisierung des Ergebnisses an. Welche Laufzeiten haben Ihre Algorithmen? (Die Laufzeiten sollten natürlich unter  $O(|V|^3)$  liegen und somit asymptotisch besser sein als eine Neuberechnung mit Algorithmus von Floyd und Warshall.)